

**Corrigé du baccalauréat ES de Nouvelle Calédonie
de novembre 2010 obligatoire seulement**

EXERCICE 1 (commun à tous les candidats)

6 points

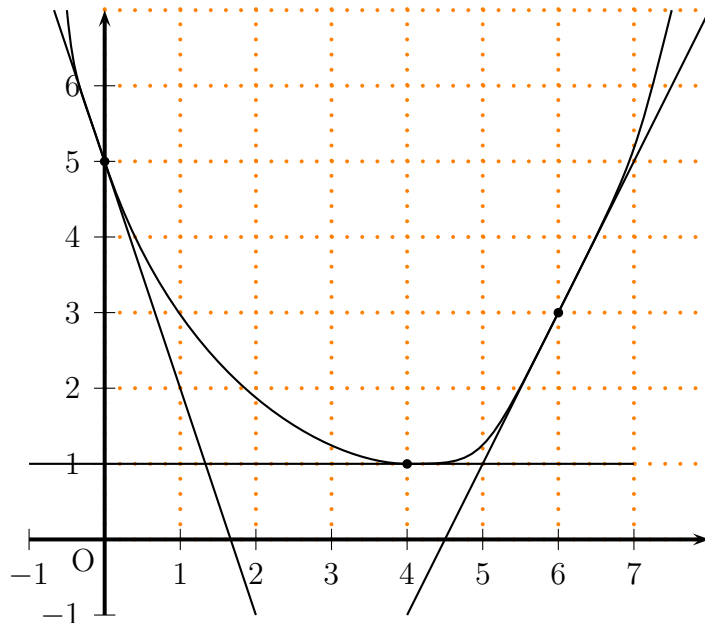
1. (a) **Tableau de variations de la fonction f**

x	0	4	6
$f(x)$	5	1	3

(b) **Équation de la tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 6 :**

$y = f'(6) \times (x - 6) + f(6)$ soit $y = 2(x - 6) + 3$ et donc $y = 2x - 9$

(c) **Courbe représentative d'une fonction satisfaisant toutes les conditions de l'énoncé.**



2. Fonction g définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par $g(x) = e^{f(x)}$.

(a) **Sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0; 6]$.**

La fonction f est dérivable sur $[0; 6]$ donc la fonction e^f est dérivable sur $[0; 6]$ pour tout nombre x de l'intervalle $[0; 6]$, on a : $g'(x) = f'(x) \times e^{f(x)}$

On sait que pour tout nombre x de l'intervalle $[0; 6]$, $e^{f(x)}$ est strictement positif, donc $g'(x)$ est du signe de $f'(x)$, par conséquent :

la fonction g est strictement décroissante sur $[0; 4]$ et strictement croissante sur $[4; 6]$.

Tableau de variation de la fonction g .

x 0 4 6
 $g(x)$ e^5 e e^3

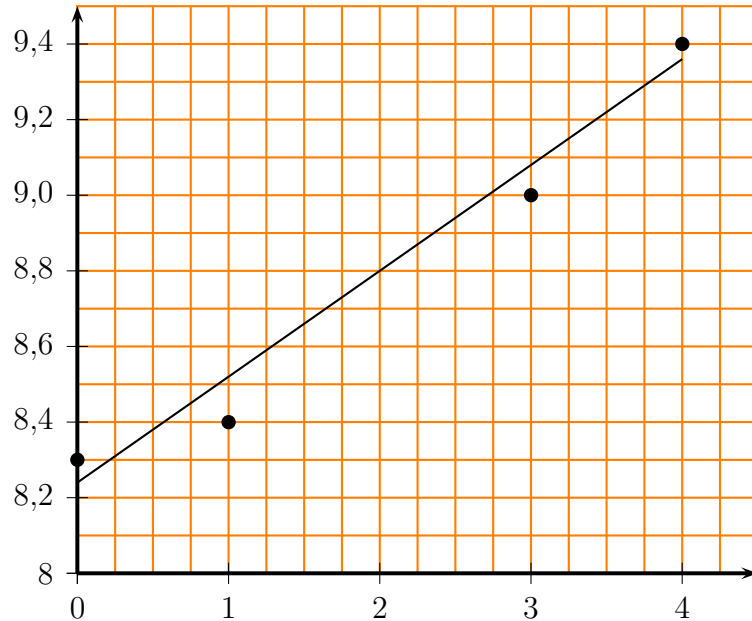
(b) $g'(0) = f'(0) \times e^{f(0)} =$ $-3 \times e^5$

EXERCICE 2 (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

6 points

Partie A : Étude en pourcentages

1. Nuage de points associé à la série statistique



2. (a) Équation de la droite D d'ajustement affine de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés. $y = 0,28x + 8,24$

(b) Droite D : voir figure ci-dessus.

3. Part des ménages dans le financement des soins et des biens médicaux en 2010.

En 2010, le rang est 6, donc on remplace x par 6 dans l'expression donnée par l'équation de la droite D : $0,28 \times 6 + 8,24 = 9,92$ On obtient bien $9,92\%$

Partie B : Étude en valeurs

1. Somme versée par les ménages pour financer les soins et biens médicaux en 2004.

$$\frac{140 \times 8,3}{100} \approx 11,62 \quad \text{Cette somme est donc environ } 11,62 \text{ milliards d'euros}$$

2. (a) Dépense de soins et de biens médicaux en 2010. $170,5 \times (1+0,03) \times (1+0,03) \approx 181$
 Cette dépense s'élève à environ 181 milliards d'euros.

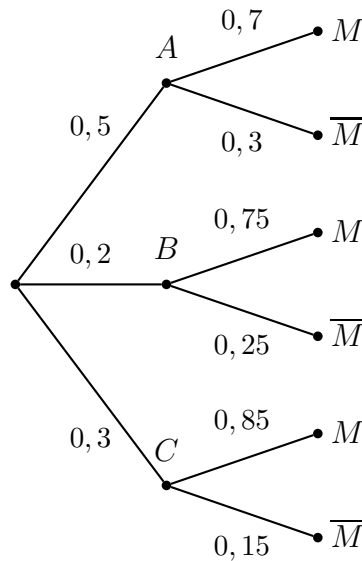
(b) Somme versée par les ménages pour le financement des soins et des biens médicaux en 2010. $\frac{181 \times 9,92}{100} \approx 17,955$ Cette somme s'élève à environ 18 milliards d'euros.

EXERCICE 3

4 points

Commun à tous les candidats

1. **Arbre pondéré**



2. **Probabilité que l'étudiant choisi soit de profil C et qu'il ait obtenu une note supérieure ou égale à 10.**

$$p(C \cap M) = p(C) \times p_C(M) = 0,3 \times 0,85 = \boxed{0,255}$$

3. **Démontrons que $P(M) = 0,755$.**

D'après la formule des probabilités totales

$$p(M) = p(M \cap A) + p(M \cap B) + p(M \cap C)$$

$$p(M) = p(A) \times p_A(M) + p(B) \times p_B(M) + p(C) \times p_C(M)$$

$$p(M) = 0,5 \times 0,7 + 0,2 \times 0,75 + 0,3 \times 0,85$$

$$p(M) = \boxed{0,755}$$

4. **Probabilité que l'étudiant soit de profil B sachant qu'il a obtenu une note strictement inférieure à 10.**

$$p_{\overline{M}}(B) = \frac{p(\overline{M} \cap B)}{p(\overline{M})} = \frac{p(B) \times p_B(\overline{M})}{p(\overline{M})}$$

$$\text{Or : } p(B) = 0,2 \quad p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - 0,755 = 0,245$$

D'autre part, dans l'arbre pondéré, les deux probabilités inscrites sur les branches issues de l'évènement B sont $p_B(M) = 0,75$ et $p_B(\overline{M})$ et on sait que dans ce cas la somme des deux probabilités est 1. Donc $p_B(\overline{M}) = 1 - 0,75 = 0,25$

$$\text{On peut donc calculer } p_{\overline{M}}(B) : \quad p_{\overline{M}}(B) = \frac{0,2 \times 0,25}{0,245} \approx \boxed{0,204}$$

5. Dans ces 4 tirages indépendants, on peut obtenir exactement trois étudiants du profil C de 4 manières différentes :

$$CCCC\overline{C} \text{ ou } CC\overline{C}C \text{ ou } C\overline{C}CC \text{ ou } \overline{C}CCC$$

Chacun de ces 4 évènements a la même probabilité qui est : $0,3^3 \times 0,7$

$$\text{Donc la probabilité demandée est : } 4 \times 0,3^3 \times 0,7 \approx \boxed{0,076}$$

EXERCICE 4 (commun à tous les candidats)

5 points

Partie A

La fonction g est définie sur $[1 ; +\infty[$ par $g(x) = \ln x - \frac{1}{2}$

1. **Variations de g sur $[1 ; +\infty[$.**

La fonction g est dérivable sur $[1 ; +\infty[$ et pour tout nombre x de l'intervalle $[1 ; +\infty[$, on a :

$g'(x) = \frac{1}{x}$ et $\frac{1}{x} > 0$ par conséquent la fonction g est strictement croissante sur $[1 ; +\infty[$.

2. **Résolution de l'équation $g(x) = 0$ dans $[1 ; +\infty[$.**

$\ln x - \frac{1}{2} = 0$ donc $\ln x = \frac{1}{2}$ donc $x = e^{\frac{1}{2}}$

3. **En déduire que $g(x) > 0$ si et seulement si $x > \sqrt{e}$.** $g(x) > 0$ signifie que $\ln x - \frac{1}{2} > 0$

autrement dit $\ln x > \frac{1}{2}$ or $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \ln e = \ln(\sqrt{e})$

donc $g(x) > 0$ signifie que $\ln x > \ln(\sqrt{e})$ autrement dit $x > \sqrt{e}$

Partie B

La fonction f est définie sur $[1 ; +\infty[$ par $f(x) = 2x^2(\ln x - 1) + 2$

1. **Limite de f en $+\infty$.**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - 1) = +\infty$

or $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2(\ln x - 1) = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+\infty$

2. (a) **Montrons que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; +\infty[$, $f'(x) = 4xg(x)$.**

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; +\infty[$

on pose $u(x) = 2x^2$ et $v(x) = \ln x - 1$ et on a $u'(x) = 4x$ et $v'(x) = \frac{1}{x}$

et on a donc $f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x) = 4x \times (\ln x - 1) + 2x^2 \times \frac{1}{x}$

$f'(x) = 4x \ln x - 4x + 2x = 4x \ln x - 2x = 4x(\ln x - \frac{1}{2}) = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4xg(x)$

(b) **Signe de $f'(x)$ et tableau de variations de f sur $[1 ; +\infty[$.**

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; +\infty[$, le nombre x est strictement positif et comme $f'(x) = 4xg(x)$, donc $f'(x)$ est du signe de $g(x)$

D'autre part, d'après la réponse à la question A3, $g(x) > 0$ si $x > \sqrt{e}$ et $g(x) < 0$ si

$1 \leq x < \sqrt{e}$

On obtient donc le tableau de variations ci-contre.

x	1	\sqrt{e}	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	0	\searrow \sqrt{e} \nearrow	$+\infty$

3. (a) **Solution de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $[2 ; 3]$**

Calculons d'abord $f(2)$ et $f(3)$:

$f(2) = 2 \times 2^2(\ln 2 - 1) + 2 \approx -0,45$ $f(3) = 2 \times 3^2(\ln 3 - 1) + 2 \approx 3,78$

Donc $f(2) < 0 < f(3)$

D'autre part la fonction f est continue et strictement croissante sur $[2 ; 3]$

Donc, d'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe un unique nombre α dans l'intervalle $[2 ; 3]$ tel que $f(\alpha) = 0$

(b) **Encadrement d'amplitude 10^{-2} de α .**

$$f(2, 21) \approx -0,221 \quad \text{et} \quad f(2, 22) \approx 0,00407 \quad \text{donc} \quad \boxed{2,21 < \alpha < 2,22}$$